

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2022–2023 Neðra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____ Póstnúmer: _____

Netfang: _____

Skóli: _____ Bekkur eða áfangi: _____

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

Neðra stig er eingöngu fyrir fyrsta ár í framhaldsskóla (hófu nám vor eða haust 2022).

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Bóndi á hænur og kýr. Hann á 22 dýr samtals sem hafa 62 fætur. Hvað eru hænurnar margar?

 10

 11

 13

 17

2. Setjum sem svo að A , B , C , D og E séu punktar á línu þannig að B sé á milli C og E , C sé á milli A og E og D sé á milli A og B . Hvað eftirfarandi getur **ekki** gilt:

 C er á milli A og B
 B er á milli A og E
 C er á milli A og D
 D er á milli B og E

3. Ef $a + b + c = 3$, $a + b = 1$ og $a + c = 4$, hvað er þá a ?

 -2
 -1
 1

 2

4. Tilraunarglas inniheldur eina bakteríu. Eftir tvær mínútur skiptir bakterían sér í tvær nákvæmlega eins bakteríur. Eftir tvær mínútur í viðbót skipta þessar tvær bakteríur sér aftur, svo þær eru þá orðnar fjórar. Svona heldur þetta áfram og eftir nákvæmlega klukkustund er tilraunaglassið orðið fullt. Hvað hefði það tekið langan tíma ef glasið hefði byrjað með fjórar slíkar bakteríur?

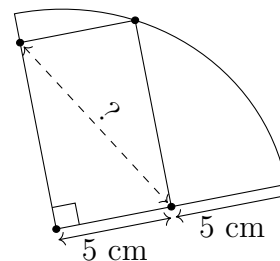
 30 mínútur

 56 mínútur

 58 mínútur

 60 mínútur

5. Í hringgeiranum til hægri er dregið strik frá öðrum armi hringgeirans að hinum sem skiptir honum í tvo 5 cm búta. Hægt er að draga rétt-hyrning með strikið sem hornalínu þannig að sá hornpunktur rétt-hyrningsins, sem er gagnstæður miðpunkti hringins, liggja á hringnum. Hvað er strikið langt?


 5 cm

 2π cm

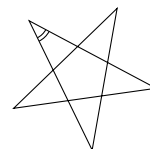
 3π cm

 10 cm

6. Fótbolti er samsettur úr 12 fimmhyrningum og 20 sexhyrningum. Hver hornpunktur liggur að nákvæmlega þremur marghyrningum. Hvað eru margir hornpunktur á fótbolta?

 30 60 90 180

7. Hve stór eru hornin í fimmhyrndri reglulegri stjörnu?

 36° 45° 48° 54°

8. Snigill vill skriða upp úr 2,5 m holu. Hann skriður frá morgni til kvölds, og í lok dags hefur hann skriðið upp um 60 cm. Hins vegar rennur hann aftur niður um 20 cm yfir nóttina meðan hann sefur. Þannig heldur snigillinn áfram þar til hann kemst upp úr holunni. Á hvaða degi kemst snigillinn upp úr holunni.

 fimmta degi sjötta degi sjöunda degi áttunda degi

9. Gerum ráð fyrir að a , b , c og d séu ólíkar jákvæðar rauntölur þannig að $2a + c + d < a + b + c < b + d$. Hver talnanna a , b , c og d er næst stærst?

 a b c d

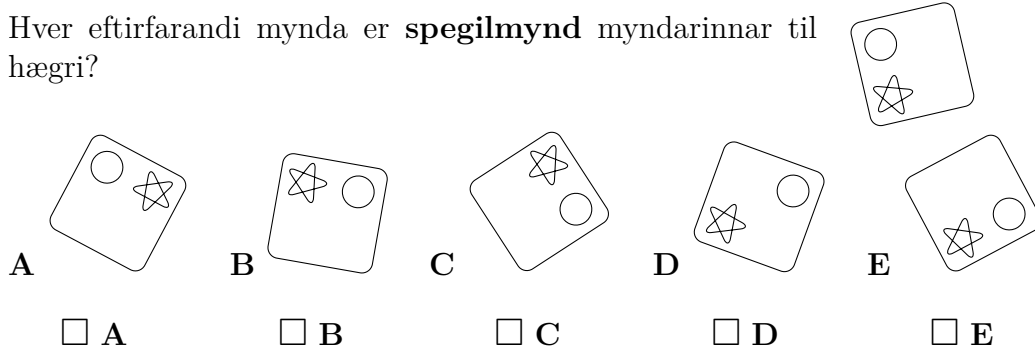
10. Stærðin $\sqrt{89 + 12\sqrt{55}}$ er jöfn:

 $\sqrt{5} + 4\sqrt{11}$ $2\sqrt{5} + 3\sqrt{11}$ $3\sqrt{5} + 2\sqrt{11}$ $4\sqrt{5} + \sqrt{11}$

Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

11. Hver eftirfarandi mynda er **spegilmynd** myndarinnar til hægri?



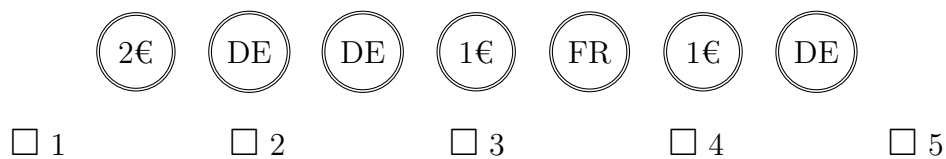
12. Jörmunrekur er að bera fram drykki á hringlaga bakka með geisla af lengd 3. Hvað getur hann komið fyrir mörgum sívalningslaga glösum með geisla af lengd 1 á bakkann, án þess að staffla þeim? Glösin mega snertast en mega ekki skara út fyrir bakkann.

3 5 7 9 11

13. Gerum ráð fyrir að n sé jákvæð heiltala þannig að n gangi upp í $1+2+\dots+n$. Hvað getum við sagt um n ?

n er slétt n er oddatala n er frumtala $n = 1$ $n < 2022$

14. Á borði liggja 7 evrumyntir. Framan á stendur hversu margar evrur myntin er og aftan á er myntin merkt einhverju landi evrópusambandsins. Hvað þarf að snúa við mörgum myntum til að vera viss um að allar einnar evru myntir á borðinu séu merktar DE?



15. Tölurnar $1, 2, \dots, 2022$ eru skrifaðar á spjöld og þeim raðað í stærðarröð í línu, spjaldið 1 fremst. Fyrsta spjaldið er tekið og fært aftast. Næst eru fremstu tvö spjöldin tekin og færð aftast, án þess að breyta röð þeirra. Svona gengur þetta koll af kalli, þar til í síðasta skrefinu eru fyrstu 2021 spjöldin tekin og færð aftast. Hvert er númer fremsta spjaldsins í lokin?

1 1011 1012 2021 2022

Þriðji hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

- 16.** Hver er næsta fjögurra stafa tala á eftir 2022 þar sem aðeins tveir ólíkir tölustafir koma fyrir?

Svar: _____

- 17.** Hvaða heiltölur a og b uppfylla $12^{2a+b} \cdot 18^{a+2b} = 36^3 \cdot 2^{3a+2b} \cdot 3^{a+6b-1}$?

Svar: _____

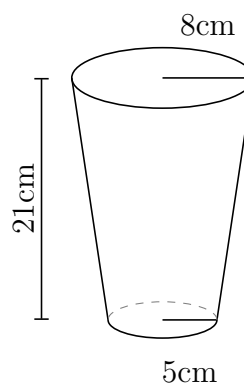
- 18.** Elvar á 9 kubba sem númeraðir eru $1, 2, \dots, 9$. Hann langar að nota alla kubbana til að byggja þrjá turna úr 2, 3 og 4 kubbum þannig að númerin á kubbunum í hverjum turn lækki upp á við. Hvað getur hann byggt turnana á marga vegu?

Svar: _____

- 19.** Finnið þriggja stafa framtölu þannig að margfeldi tölustafa hennar sé 112.

Svar: _____

- 20.** Atli er að fá sér bragðaref og er því að velta fyrir sér hvað kemst mikið í ílátinu fyrir stóran bragðaref. Botninn á ílátinu er hringskífa með geisla 5cm og opið efst er hringskífa með geisla 8cm. Ílátinu er 21cm á hæð og geislinn minnkar línulega frá toppi til botns. Hvert er rúmmál ílátsins í rúmsentimetrum?



Svar: _____

Fjórði hluti

Í þessum hluta eru tvö dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

- 21.** Gutti er að leggja saman jákvæðar heiltölur a og b í vasareikni en gleymir að stimpla inn síðasta tölustaf a , sem er 3, og fær út 222. Ef hann hefði gleymt að stimpla inn síðasta tölustaf b í stað síðasta tölustafs a hefði útkoman verið 500. Hverjar eru tölurnar a og b ?

- 22.** Marteinn ætlar að búa til tening eins og á mynd úr nokkrum bútum af vír sem hann beygir og kennaratyggjói. Hann vill hafa teninginn þannig að ekki sé meira en einn vír á hverri brún teningsins. Hver er minnsti fjöldi vírbúta sem hann getur framkvæmt þetta með? *Til hægri er sýnt hvernig Marteinn gæti smíðað teninginn með 6 vírbútum.*

